**תורת הקבוצות**

**פרק 1 - מושגי יסוד**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| שיוויון של קבוצות | 1.1 | 5 |  | שתי קבוצות שוות זו לזו אםם יש להן בדיוק אותם האיברים |
| תת קבוצה | 1.2 | 6 |  | היא תת קבוצה של B אםם כל איבר של A הוא גם איבר של B |
| קבוצה ריקה | 1.3 | 7 |  |  |
|  | ש1.6 | 8 | 139 | הוכחת טרנזיטיביות ההכלה |
| קבוצת החזקה | 1.4 | 8 |  | קבוצת כל תת-הקבוצות של A תקרא קבוצת החזקה של A: P(A) |
| ש1.7 | 9 | 140 |  |
| איחוד קבוצות | 1.5 | 9 |  | תכונות:   |  |  | | --- | --- | | קומטטיביות |  | | אסוציאטיביות (ישנה הוכחה) |  | | אידמפוטנטיות |  | | איחוד עם הקבוצה הריקה |  | | כן מקיים |  | |
| ש1.8 | 11 | 140 | הוכחת תכונות האיחוד |
| ש1.9 | 11 | 140 |  |
| איחוד קבוצת קבוצות | 1.6 | 12 |  | אםם  (x שייך לפחות לאחת הקבוצות ) |
| חיתוך קבוצות | 1.7 | 15 |  | תכונות:   |  |  | | --- | --- | | קומטטיביות |  | | אסוציאטיביות |  | | אידמפוטנטיות |  | | חיתוך עם הקבוצה הריקה |  | |
|  | 15 |  | אם אז A וB נקראות **קבוצות זרות** |
| ש1.10 | 15 | 140 |  |
| ש1.11 | 16 | 141 | הוכחת תכונות החיתוך |
| חיתוך קבוצת קבוצות |  | 16 |  | אםם  (x שייך לכל הקבוצות ) |
| הכלה והפרדה | ש1.12 | 17 | 141 |  |
| דיסטריבוטיביות  (חוג הפילוג) |  | 18 |  | החיתוך מעל האיחוד:  האיחוד מעל החיתוך: |
| חוקי הספיגה |  | 19 |  |  |
|  | ש1.16 | 19 | 143 |  |
| 2 סוגי הוכחות | ש1.17 | 20 | 20 |  |
| הפרש קבוצות | 1.8 | 20 |  | מתקיים בבירור: .  כמו כן,  (להוכיח שמההגדרה נובע ) |
| הקבוצה האוניברסלית |  | 22 |  | כל הקבוצות בהן נדון הן תת-קבוצות של קבוצה אחת, U. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| משלים של קבוצה | 1.9 | 22 |  | ההפרש U-A מסומן ב A’. B-A היא המשלים של A ביחס לB.  נובע ישירות: |
| כללי דה מורגן | 1.4.3 | 23 |  |  |
|  | ש1.18 | 24 | 143 |  |
|  | ש1.19 | 24 | 144 |  |
| הפרש סימטרי | ש1.22 | 27 | 145 | תכונות:   |  |  | | --- | --- | | קומטטיביות |  | | אסוציאטיביות |  | | הפרש סימטרי עם הקבוצה הריקה |  | | הפרש סימטרי בין קבוצה לעצמה |  | |

**פרק 2 – רלציות / יחסים**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| זוג סדור | 2.1 | 29 |  | שני איברים שאחד מהם נקבע כראשון והשני כשני מהווים זוג סדור (a,b) |
| מכפלה קרטזית | 2.2 | 30 |  | יהיו A וB קבוצות. קבוצת כל הזוגות הסדורים. מכפלה קרטזית AXB |
|  | ש2.1 | 31 | 147 |  |
|  |  | 31 |  | עבור קבוצות סופיות יתקיים: |
| רלצייה / יחס | 2.3 | 31 |  | תת-קבוצה כלשהיא של היא רצליה בינארית מA ל-B, תקרא רלציה. |
| סימון |  |  |  | זוג סדור בR: |
|  | 2.2.1 | 33 |  | תיאור רלצייה באמצעות גרף מכוון |
|  | 2.2.2 | 34 |  | תיאור רלצייה באמצעות טבלה |
| כמות רלציות שונות מA לB | ש2.4 | 35 | 148 | מספר רלציות שונות מA לB = מספר התת קבוצות של |
| תחום של רלצייה | 2.4 | 35 |  | (קבוצת האיברים הראשונים בזוגות הסדורים - )  לפי הדוגמה: תמיד |
| טווח של רלצייה | 2.5 | 35 |  | (קבוצת האיברים השניים בזוגות הסדורים - )  לפי הדוגמה: תמיד |
|  | ש2.5 | 36 | 148 | מציאת טווח ותחום באמצעות טבלה |
| רלצייה הופכית | 2.6 | 36 |  | R רלציה מA לB: הרצליה ההופכיתשל R היא רלציה מB ל-A המסומנת  בכתיב נוסף |
| תכונות רלצייה הופכית | ש2.6 | 36 | 148 |  |
| כפל רלציות | 2.7 | 37 |  | R רלציה מA לB, A רלצייה מB לC. המכפלה RS היא הרלצייה מA לC ומוגדרת:  כתיב נוסף: |
|  |  | 38 |  | שים לב: עבור כל R מתקיים |
|  |  | 40 |  | (הוכחה שאלה 2.8 פתרון בעמוד 149) |
| RS SR | ש2.9 | 40 | 149 | RS לא מחייב שגם SR קיים |
|  | ש2.10 | 40 | 40,149 | R S T V רלציות |
| חוק קיבוץ | מ2.8 | 43 | 43 | כפל רלציות הוא אסוציאטיבי (ישנה הוכחה) |
| רלציה מעל קבוצה | 2.3.3 | 43 |  | כל תת קבוצה של היא רלציה מA לA, רלציה מעל A |
| רלציית היחידה | 2.9 | 44 |  | כל הזוגות הסדורים ששני איבריהם שווים  עבור כל רלצייה R מעל A מתקיים: |
|  | ש2.12 | 45 | 150 |  |
|  |  | 46-47 |  | (הוכחה בשאלה 2.15) |
| רלצייה רפלקסיבית | 2.10 | 48 |  | רלציה R מעל A המקיימת |
|  | ש2.18 | 48,49 | 153 | אם R רפלקסיבית  אז גם וגם לכל n שלם וחיובי  אז מתקיים  אם R וS רפלקסיביות אז גם: רפלקסיביות |
|  | ש2.19 | 49 | 153 | איך קובעים רפלקסיביות באמצעות דיגרף/טבלה |
| רלצייה סימטרית | 2.11 | 49 |  | רלציה R מעל A המקיימת  כתיב נוסף: לכל זוג מתקיים |
|  | ש2.20 | 49 | 153 | אם R מקיימת אז היא סמטרית |
|  | ש2.21 | 49 | 153 | דיגרף וטבלה המתאים רלציה סימטרית |
|  |  | 49 למטה |  | אם R סימטרית אז גם  אם R וS סימטריות אז לא בהכרח ש RS סימטרית |
|  | 2.12 | 50 |  | אם S וR רלציות סימטריות מעל A, RS תהיה סימטרית אםם R ו-S מתחלפות, כלומר אםם RS=SR (יש הוכחה)  מסקנה: אם R סימטרית גם סימטרית עבור כל n שלם וחיובי. |
|  | ש2.22 | 50 | 154 | אם R וS סימטריות אז גם |
|  | ש2.23 | 50 | 154 | אם R סימטרית אז גם |
| רלציה אנטיסימטרית | 2.14 | 50 |  | R אנטיסימטרית אם  או אם  כלומר, אין זוכ סדור והופכו, אלא אם האיברים בזוג שווים. |
|  | ש2.24 | 51 | 154 | אם R אנטרי סימטרית אז גם  R וS אנטיסימטריות מעל A לא מחייב שRS או אנטיסימטריות |
|  | ש2.25 | 52 | 154 | איפיון גרף וטבלה של אנטיסימטריות |
|  | ש2.26 | 52 | 155 | לא כל רלציה חייבת להיות סימטרית או אנטיסימטרית |
|  | ש2.27 | 52 | 155 | R וS אנטיסימטריות מעל A.  אנטיסימטרי, לא מחייב אנטיסימטריות |
| רלצייה טרנזיטיבית | 2.14 | 52 |  | R טרנזיטיבית אם  מקיימת:  הרחבה לפי הגדרה: אם קיים וקיים גם חייב להתקיים על מנת שR תהיה טרנזיטיבית. |
|  |  | 53 |  | איפיון דיגרף של טרנזיטיביות |
|  | ש2.28 | 53 | 53,155 | איפיון טרנזיטיביות בגרף וטבלה |
|  | ש2.29 | 53 | 155 | אם R טרנזיטיבית אז טרנזיטיבית  עבור R טרנזיטיבית מתקיים וגם הן טרנזיטיביות |
|  | ש2.30 | 53 | 156 | R וS טרנזיטיביות: לא מחייב ש RS טרנזיטיביות, טרנזיטיבית |
|  | ש2.31  ש2.32 | 54 | 156  157 | תרגול רלציות בגרפים ובטבלה על כל התכונות |
| סגור של תכונה | 2.15 | 55 |  | הסגור של R מעל A, הוא הרלציה S המקיימת את התכונה הרצויה, מכילה את R ומוכלת בכל רצליה אחרת בעלת אותה התכונה ומכילה את R.  (הרלציה הקטנה ביותר שמכילה את R וגם מקיימת את התכונה המסויימת) |
|  | ש2.33 | 55 | 157 | אם S היא הסגור של R ביחס לתכונה מסויימת, S היא הסגור של עצמה ביחס לתכונה זו.  אם R היא הסגור של עצמה ביחס לתכונה מסויימת, R מקיימת תכונה זו |
|  | ש2.34 | 55 | 158 | הסגור הרפלקסיבי של רלציה R מעל קבוצה A הוא  הסגור הסימטרי של R הוא |
| משפט הסגור הטרנזיטיבי | 2.16 | 56 |  | תהא R רלציה מעל A, הסגור הטרנזיטיבי של R הוא  (הוכחה ע56). |
|  | ש2.35 | 56 | 56-58 | אם A קבוצה סופית, עם n איברים, וR רלציה מעל A  אז הסגור הטרנזיטיבי של R הוא  ואם R רפלקסיבית אז |
|  | ש2.36 | 58 | 158 | - סגור טרנזיטיבי של R מעל A - סגור טרנזיטיבי רפלקסיבי של R |
| חלוקה של קבוצה | 2.17 | 58 |  | קבוצת תת-קבוצות זרות (לא ריקות) זו לזו של קבוצה A, אשר איחודן הוא A היא חלוקה של A. מסומנת ב π.  חלוקת קבוצה מביאה לרלציות רפלקסיביות, סימטריות וטרנזיטיביות במקביל (עמ' 59 למעלה) |
| מחלקות / בלוקים |  | 60 |  | התת קבוצות של A, היוצרות את החלוקה , נקראות **המחלקות / הבלוקים** של החלוקה |
| רלציות שקילות | 2.18 | 61 |  | הגדרה: רלציה רפלקסיבית, סימטרית וטרנזיטיבית נקראית **רלציית שקילות** מסומנת ב.  חלוקה π של A **משרה** באופן טבעי את הרלציה מעל A ומוגדרת: x וy באותה מחלקה של π (ע60)  (יחס רפלקסיבי, סימטרי וטרנזיטיבי)  (אם R יחס שקילות מעל A, אז R משרה חלוקה של איברי A ומוגדרת כך:  a,b באותה מחלקה ) |
| משפט  E רלציית שקילות | 2.19 | 61 |  | אם π היא חלוקה של A, ומגדירים מעל A את הרצליה E באופן הבא:  (x וy באותה מחלקה של π)  אז E היא רלציית שקילות מעל A (סימטרית, רפלקסיבית וטרנזיטיבית)  (כל חלוקה משרה יחס שקילות) |
|  | ש2.37 | 62 | 158 | אפיון גרף וטבלה של רלציית שקילות |
|  |  | 62 |  | רלציית שקילות E מעל A "מחלקת" את A |
| משפט  מחלקת שקילות | 2.20 | 64 |  | שקילות E מעל A גוררת חלוקה של הקבוצה למחלקות שקילות. כל האיברים במחלקת שקילות אחת נמצאים ביחס E זה עם זה ואף אחד מהם אינו ביחס E עם אף איבר ממחלקה אחרת. (חלוקה לקבוצות זרות) |
|  | ש2.39 | 66 | 159 | דוגמה ל - הוכחה שR שקילות  מציאת מחלקות שקילות |
|  | ש2.40 | 66 | 159 | **נתון** שקילויות מעל A **הוכח**  שקילות מעל A  שקילות מעל A  אינה בהכרח שקילות  אם שקילות אז שקילות ומכך נובע כי |
| קבוצת המנה |  | 67 |  | קבוצת מחלקות השקילות מסמנים ב והיא נקראת קבוצת המנה של הקבוצה A מעל השקילות E. |
| אינדקס |  | 67 |  | מספר מחלקות השקילות של E נקרא ה**אינדקס** של E. אם מספר מחלקות השקילות סופי האינדקס של E הוא , אחרת, אינסופי. |
|  | ש2.43  ש2.44 | 68 | 160-161 | דוגמאות להוכחה שS היא שקילות ומציאת המחלקות של S. |
| עידון |  | 68 |  |  |
|  | ש2.45 | 69 | 161 | היא עידון של => השקילויות המתאימות מקיימות  ולהפך, אם החלוקה המתארימה ל היא עידון של החלוקה המתאימה ל |
|  | ש2.46 | 69 | 162 | החלוקה המתאימה לשקילות היא עידון של כל חלוקה של  וכל חלוקה היא עידון של החלוקה המתאימה לשקילות |
|  | ש2.48 | 69 | 162 | אם היא עידון של אזי |
|  | ש2.49 | 70 | 162 | אם רלציית השקילות המתאימה ל ו רלציית השקילות המתאימה ל  אזי היא רלציית השקילות המתאימה ל |
|  | ש2.50 | 70 | 162 | אם רלציית השקילות המתאימה ל ו רלציית השקילות המתאימה ל  אזי היא רלציית השקילות המתאימה ל  - חלוקה מתאימה ל |

**פרק 3 - רלציות מיוחדות:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| פוקנצייה | 3.1 | 76 |  | רלציה R מקבוצה A לקבוצה B תקרא פונקציה מA לB אם  כלומר הרלציה מתאימה לכל איבר a מהקבוצה A איבר אחד ויחיד b מהקבוצה B  ( יחס הוא פונקצייה אם מתקיים:   1. לכל קיים כך ש 2. אם וגם אז )   סימון |
|  |  | 76 |  | הערות: A תחום, B טווח  איבר בתחום נקרא מקור  איבר שמותאם לו נקרא תמונה |
| פונקציה על | 3.2 | 78 |  | אם הטווח של הפונציה מA לB הוא כל קבוצת B  נאמר כי היא פונקציה מA על B.  במילים אחרות משתמשים בכל הטווח של הרלציה.  (אם לכל איבר b בטווח B קיים מקור כך ש |
| פונקצייה חח"ע | 3.1.2 | 80 |  | היא פונקצייה חח"ע מA לB אם:  (הסבר: נקבל ערך ייחודי לכל )  (אם אז ) |
|  | ש3.2 | 80 | 164 | היא פונקצייה מA לB אמ"ם חח"ע מA לB, וגם היא חח"ע  אם חח"ע של A לB, אז חח"ע של B על A  עבור חח"ע מA לB: |
|  | ש3.3 | 81 | 164 | אם A וB קבוצות סופיות, וקיים העתק חח"ע של A על B, אז ולהפך. |
| הרכבת פונקציות |  | 82 |  | אפשר לכפול פונקציות כפי שכופלים רלציות |
|  | ש3.7 | 82 | 165 | מכפלת פונקציות היא פונקצייה  מכפלת פונקציות היא אסוציאטיבית  אם  ו- פונקציות על אז גם פונקציית על  אם ו- פונקציות חח"ע אז גם פונקציית חח"ע |
|  |  | 82 |  | עבור רלציה R מA לB ותת קבוצה מסמנים:  ואם פונקצייה של A לB ו : |
|  | ש3.8 | 82 | 166 | פונקצייה של A **על** B. |
| לפי כתיב הספר |  | 83 |  |  |
|  | ש3.9 | 83 | 166 | ניתן לבנות העתק חח"ע על קבוצות A וB של על |
|  | ש3.10 | 83 | 166 | פתרון לאיך מוכיחים פונקצייה חח"ע |
| תמורה |  |  |  | העתק חח"ע של קבוצה A על A נקרא תמורה של A. |
|  | ש3.11 | 83 | 166 | אם ו- הן תמורות של A אז גם ו- תמורות של A  היא תמורה של A. עבור כל תמורה של A יתקיים: |
| העתק טבעי |  | 84 |  |  |
| פונקצייה אופיינית |  | 85 |  | A תת קבוצה של U. הפונ' מוגדרת עבור כל x∈U:  – פונ' אופיינית של תת קבוצה A של U |
|  | ש3.12 | 85 | 168 | A וB שתי תת קבוצות של U: |
| סדר חלקי | 3.4 | 86 |  | רלציה היא **סדר חלקי** אם היא רפלקסיבית, טרנזיטיבית ואנטיסימטרית.  תסומן ≤.  קבוצה עם רלציית סדר חלקי מעליה מכונה **קבוצה סדורה חלקית** |
| סדר מלא | 3.5 | 87 |  | סדר חלקי המקיים, עבור כל מתקיים או (לא שניהם בגלל האנטי סימטריות).  קבוצה עם סדר מלא מעליה נקראת גם **קבוצה סדורה לינארית** או **שרשרת** (ע91)  (יחס סדר חלקי בו כל 2 איברים בA ניתנים להשוואה) |
| כיסוי | 3.6 | 88 |  | יהי סדר חלקי מעל קבוצה A.  **b מכסה את a** אם  ואין  כך ש: (אין איבר באמצע) |
|  | ש3.13 | 89 | 168 | אם R סדר חלקי מעל A, גם סדר חלקי מעל A (נקרא סדרים חלקיים דואליים) |
|  | ש3.16 | 90 | 169 | קיימת רלצייה מעל קבוצה A שהיא גם סדר חלקי וגם שקילות והיא |
| צמצום של רלצייה | ש3.18 | 90 |  | מכונה צמצום של R לתת קבוצה של A |
| איבר מינימלי | 3.7 | 91 |  | איבר בקבוצה סדורה חלקית A נקרא **איבר מינימלי**  אם עבור כל ,  כלומר אין איברים שונים מa המקיימים |
|  | מ3.8 | 92 |  | בקבוצה סדורה חלקית סופית חייב להיות איבר מינימלי אחד לפחות. (יש הוכחה) |
| איבר מקסימלי | 3.9 | 92 |  | איבר בקבוצה סדורה חלקית A נקרא **איבר מקסימלי**  אם עבור כל , ,  כלומר אין איברים שונים מb המקיים |
|  | ש3.20 | 92 | 170 | בקבוצה סדורה חלקית סופית חייב להיות לפחות איבר מקסימלי אחד |
| האיבר הקטן ביותר  האיבר הגדול ביותר | 3.10 | 93 |  | איבר בקבוצה סדורה חלקית נקרא **האיבר הקטן ביותר**  אם עבור **כל**  מתקיים  איבר בקבוצה סדורה חלקית נקרא **האיבר הגדול ביותר**  אם עבור **כל**  מתקיים |
|  | ש3.21 | 93 | 170 | בקבוצה סדורה חלקית יכולים להיות לכל היותר איבר קטן ביותר אחד ואיבר גדול ביותר אחד.  בקבוצה סדורה חלקית שיש בה איבר קטן ביותר, יש רק איבר מינימלי אחד  בקבוצה סדורה חלקית שיש בה איבר גדול ביותר, יש רק איבר מקסימלי אחד |
|  | ש3.22 | 93 | 170 | אם בקבוצה סדורה בסדר מלא יש איבר מינימלי, יש בה רק איבר מינימלי אחד והוא גם האיבר הקטן ביותר.  אם בקבוצה סדורה בסדר מלא יש איבר מקסימלי, יש בה רק איבר מקסימלי אחד והוא גם האיבר הגדול ביותר. |
| רלציית כמו סדר | ש3.23 | 94 | 171 | רלצייה טרנזיטיבית מעל קבוצה A המקיימת  אם R היא כמו-סדר לא ייתכן aRb ו bRa בעת ובעונה אחת  הסגור הרפלקסיבי של כמו-סדר הוא סדר חלקי  רלציה R היא כמו- סדר אמ"ם |
| סדר לקסיקוגרפי | 3.2.3 | 95-97 |  | מלה  אורך של מילה  סדר לקסיקוגרפי |
| אינדוקציה | 3.4 | 100 |  | תנאי המינימליות (101) |
| רקורסיה | 3.5 | 104 |  | הגדרה רקורסיבית / נוסחת נסיגה (106)  בסיס הרקורסיה / ערכים תחיליים (108) |

**פרק 4 - עוצמות קבוצות – מספרים קרדינליים**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| עוצמה שווה | 4.1 | 116 |  | אם קיימת פונ' חח"ע ועל מA על B.  נסמן A~B - הן שקולות |
|  | ש4.1 | 116 | 181 | הוכחה שהרלצייה ~ היא שקילות |
| מספרים קרדינליים |  | 116 |  |  |
| קבוצה סופית | 4.2 | 117 |  | כל קבוצה שהמספר הקרדינלי שלה הוא מספר טבעי, היא קבוצה סופית. |
| מספר בן מנייה | 4.3 | 118 |  |  |
| קבוצה בת מנייה | 4.3 | 118 |  | כל קבוצה A, המקיימת היא קבוצה בת מנייה ו- |
|  | ש4.3 | 119 | 182 | בת מנייה כאשר זרות או אחת מהן סופית (סעיף ד')  בת מנייה כאשר זרות/אחת מהן סופית (סעיף ה') |
|  | ש4.4 | 119 | 120 | קבוצת המספרים השלמים בת מנייה |
| משפט | מ4.4 | 121 |  | לכל קבוצה אינסופית A יש תת קבוצות אמיתיות בעלות עוצמה שווה לזו של A |
|  | ש4.5 | 121 | 182-183 | A היא סופית אמ"ם לא קיים העתק חח"כ של A על תת קבוצה אמיתית שלה  A היא אינסופית אמ"ם קיים העתק חח"כ של A על תת קבוצה אמיתית שלה |
|  |  | 122 |  | (n פעמים) |
|  | ש4.7 | 123 | 123-124 | בת מנייה |
|  | ש4.8 | 126 | 183 | קבוצת המספרים הרציונאליים בת מנייה |
|  | ש4.9 | 126 | 184 | איחוד של קבוצה בת מנייה של קבוצות זרות בנות מנייה היא בת מנייה |
| משפט | מ4.5 | 126 |  | קבוצת המספרים הממשיים x המקיימים 0<x<1 איננה בת מנייה |
|  | ש4.10 | 128 | 185 | (העתק השילוב) |

**פרק 5 – סדר בין עוצמות ואריתמטיקה של עוצמות**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| שם הגדרה | מספר סעיף | עמוד | עמוד פתרון |  |
| שוות עוצמה | 4.1 | 5 |  | אם קיימת פונ' חח"ע ועל מA על B  אם **לא** קיימת פונ' חח"ע ועל מA על B |
|  |  | 5 |  | אם A,B קבוצות סופיות,  **אמ"ם** A שוות עוצמה לקבוצה חלקית ממש של B |
|  | 4.4 | 6 |  | לכל קבוצה אינסופית A חש קבוצות חלקיות-ממש לה שהן שוות עוצמה לה |
|  |  | 6 |  | אם A,B קבוצות סופיות,  **אמ"ם** A שוות עוצמה לקבוצה חלקית של B |
| היחס קטן/שווה בין עוצמות | 5.1א | 6 |  | A,B קבוצות. אם קיימת פונ' **חח"ע** של A לתוך B  הערות: אם הפונ' על, אז |
|  | ש5.1 | 6 |  | A שוות עוצמה לקבוצה חלקית של B **אמ"ם** קיימת פונקצייה חח"ע של A לתוך B  אם אז |
|  | 5.1ב | 7 |  | k,m עוצמות, A,B קבוצות כך ש:  אם קיימת פונ' חח"ע של A לתוך B אז |
|  | ש5.2 | 7 |  | אם A,B,C,D קבוצות כך ש:  וקיימת פונ' חח"ע  אז קיימת פונ' חח"ע |
| משפט | 5.2 | 8 |  | אם k עוצמה כלשהי אז  אם עוצמות ומתקיים אז |
| היחס קטן ממש | 5.3 | 8 |  | k,m עוצמות המקיימות ו אז |
| דוגמא |  | 8 |  |  |
| קנטור-שרדר-ברנשטיין | 5.4 | 8 |  | k,m עוצמות. אם ו אז |
|  | ש5.5 | 14 |  | עוצמת כל קטע (פתוח, סגור או חצי פתוח) היא C  A קבוצה של מספרים ממשיים המכילה קטע. |A|=C |
| משפט | 5.5 | 14 |  | עוצמות  לא ייתכן שבו זמנית יתקיים  אם ומתקיים אז |
| משפט קנטור | 5.6 | 14 |  | לכל קבוצה A, |A|<|P(A)|  הערה (עמ15) |
| היחס כסדר חלקי | 5.7 | 15 |  | K קבוצה כלשהי של עוצמות. היחס הוא יחס סדר חלקי מעל K |
| חיבור עוצמות | 5.8 | 16 |  | k,m עוצמות, A,B קבוצות זרות זו לזו המקיימות: |
| חיבור עוצמות בעזרת קבוצות זרות | 5.9 | 17 |  | טענת עזר:  אם A,B,C,D קבוצות המקיימות:  *אז* |
| חיבור עוצמות | 5.10 | 17 |  | לכל k, |
| משפט | 5.11 | 18 |  | אם k עוצמה **אינסופית** כלשהי אז |
| חילופיות וקיבוציות של חיבור עוצמות | 5.12 | 19 |  | חילופי:  קיבוצי: |
|  | 5.13 | 19 |  | A קבוצה, ,  אם ההפרש A-B הוא קבוצה אינסופית אז  A קבוצה אינסופית **שאינה** בת מנייה, ,  אז |
| כפל עוצמות | 5.14 | 20 |  | k,m עוצמות, A,B קבוצות המקיימות: |
|  | ש5.6 |  |  |  |
| מקרים פשוטים של כפל עוצמות | 5.15 | 20 |  | לכל עוצמה k,  לכל עוצמה k, |
| חילופיות וקיבוציות של כפל עוצמות | 5.16 | 21 |  | חילופי:  קיבוצי: |
| פילוג הכפל מעל החיבור |  |  |  | עוצמות |
| מספר הפונקציות בין שתי קבוצות סופיות | 5.18 | 21 |  | אם A,B הן קבוצות **סופיות** ו  אז מספר הפונקציות של A לB הוא |
| חזקה של קבוצות | 5.19 | 22 |  | אם A,B הן קבוצות, היא קבוצת הפונקציות של A לB |
| משפט | 5.20 | 22 |  | לכל קבוצה A, |
| חזקה של עוצמות | 5.21 | 23 |  | k,m עוצמות, A,B קבוצות המקיימות:  העוצמה m בחזקת k תוגדר כך:  עוצמת קבוצת הפונקציות של A לB  (אינה תלויי בבחירה נציגים) |
|  | 5.22 | 23 |  | אם אז |
|  | 5.23 | 23 |  | אם (k עוצמה כלשהי) אז |
|  | 5.24 | 24 |  | לכל עוצמה k, |
|  | 2.25 | 24 |  |  |
|  | 2.26 | 24 |  |  |
|  | 2.27 | 24 |  | עוצמות |
|  | 5.28 | 26 |  |  |